

Il progetto OCSE-PISA
Programme for International
Student Assessment

Le prove di matematica

Definizione di competenza matematica (mathematical literacy)

La *Mathematical Literacy* in PISA è stata definita
come:

“la capacità di un individuo di identificare e comprendere il ruolo che la matematica gioca nel mondo reale, di operare valutazioni fondate e di utilizzare la matematica e confrontarsi con essa in modi che rispondono alle esigenze della vita di quell'individuo in quanto cittadino che esercita un ruolo costruttivo, impegnato e basato sulla riflessione.”

Come sono state costruite le prove

- 1) Aree di contenuto (idee chiave)
- 2) Processi di matematizzazione
- 3) Situazioni e contesti
- 4) Livello di difficoltà (< 1 - 6)

- Personali (18)
- Educative o occupazionali (20)
- Pubbliche (29)
- Scientifiche (18)

- Cambiamento e relazioni (22)
- Spazio e forma (20)
- Quantità (23)
- Incertezza (20)

- Riproduzione (26)
- Connessioni (40)
- Riflessione (19)

TOTALE 85 ITEM

Le quattro idee chiave

Cambiamento e relazioni

Si collega principalmente all'algebra e riguarda manifestazioni matematiche di cambiamento come anche relazioni di funzione e di dipendenza tra variabili. Le relazioni matematiche spesso sono espresse da equazioni o disuguaglianze, ma vi possono essere anche relazioni di natura più generale come per esempio relazioni di equivalenza o di inclusione. Tali relazioni si possono poi rappresentare in molti modi diversi, per esempio attraverso rappresentazioni simboliche o algebriche o grafiche o tabulari. Poiché ogni tipo di rappresentazione ha determinate proprietà e può essere utile per un determinato scopo, è importante saper passare da una rappresentazione ad un'altra quando si è di fronte a situazioni problematiche.

Le quattro idee chiave

Quantità

Questa area di contenuto riguarda la comprensione delle dimensioni relative, il riconoscimento di modelli numerici e l'uso di numeri per rappresentare quantità e attributi quantificabili degli oggetti del mondo reale (stime e misure). Un aspetto importante del trattare con la quantità è il ragionamento quantitativo che comprende per esempio il senso del numero, la comprensione del significato delle operazioni e l'averne un'idea dell'ordine di grandezza dei numeri.

Le quattro idee chiave

Spazio e forma

E' l'idea chiave che più si avvicina alla geometria come materia curricolare. Si riferisce a problemi spaziali e geometrici e implica il cercare somiglianze e differenze quando si analizzano le proprietà caratteristiche delle forme, il riconoscere forme simili in rappresentazioni di dimensioni diverse e inoltre il comprendere le proprietà geometriche degli oggetti e le loro posizioni relative nello spazio.

Le quattro idee chiave

Incertezza

E' l'idea chiave che si collega a fenomeni e relazioni di tipo statistico e probabilistico che acquistano un peso sempre maggiore nella nostra società dell'informazione. Attività e concetti matematici specifici in questo ambito sono la raccolta e l'analisi dei dati, la loro rappresentazione/visualizzazione, la probabilità e l'inferenza statistica.

I processi matematici

Riproduzione

Comprende competenze che sono chiamate in gioco in quei quesiti abbastanza familiari e che richiedono essenzialmente la riproduzione di conoscenze note, come la conoscenza di dati di fatto e di rappresentazione di problemi comuni, il ricordo di proprietà matematiche note, l'esecuzione di procedure di routine, l'applicazione di algoritmi standard e di abilità tecniche, la manipolazione di espressioni che contengono simboli e formule standard e l'esecuzione di calcoli.

I processi matematici

Connessioni

Comprende competenze che presuppongono quelle del raggruppamento della *riproduzione* per risolvere problemi che non sono però di routine, ma che si riferiscono comunque sempre ad ambiti familiari o semi-familiari. I quesiti che rientrano in questo raggruppamento implicano una maggiore richiesta di interpretazione, e richiedono di saper fare collegamenti tra le diverse rappresentazioni di una determinata situazione, o di collegare diversi aspetti di una situazione problematica al fine di sviluppare una soluzione.

I processi matematici

Riflessione

Si basa su ulteriori competenze oltre a quelle del raggruppamento delle *connessioni*. Tali competenze richiedono, da parte degli studenti, un elemento di riflessione sui processi richiesti o utilizzati per risolvere un problema, come anche una certa dose di creatività nell'identificare concetti matematici pertinenti o nel collegare le relative conoscenze per formulare le soluzioni. Inoltre esse sono legate all'abilità degli studenti di pianificare strategie di soluzione e di applicarle affrontando ambiti problematici più complessi e meno familiari rispetto a quelli del raggruppamento delle *connessioni*.

Caratteristiche delle prove

Ogni prova è costituita da:

- Stimolo iniziale
- Una o più domande
- Indicazioni per la correzione

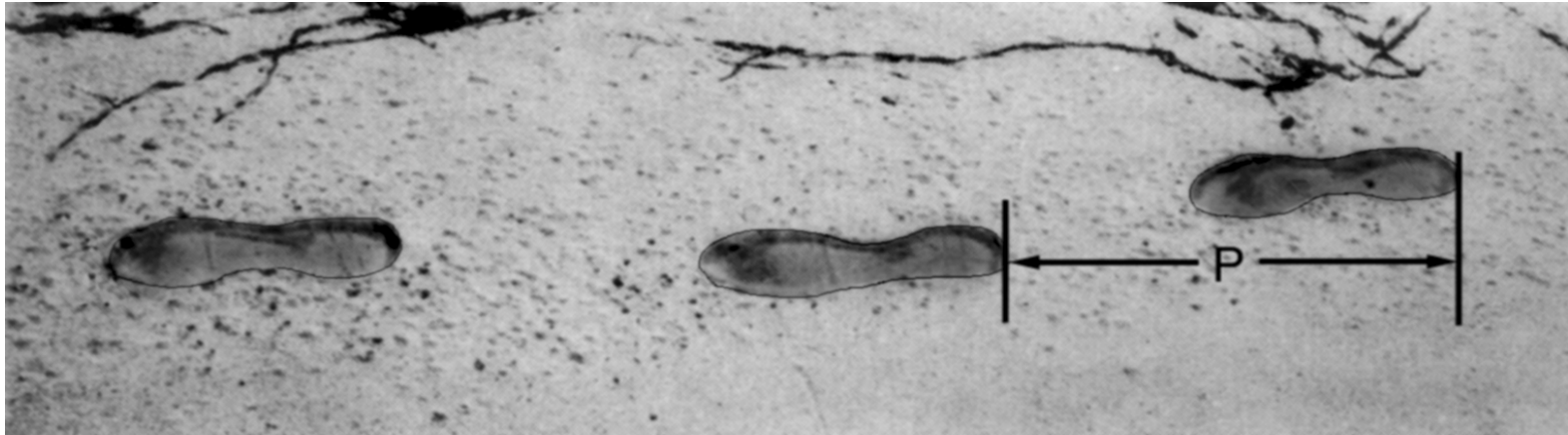
Caratteristiche delle prove

Ogni domanda può essere:

- **A scelta multipla**
- **A scelta multipla complessa (Vero/Falso, Sì/No)**
- **A risposta breve** (Breve risposta verbale o numerica, ma varie possibili risposte corrette)
- **A risposta aperta univoca** (Breve risposta verbale o numerica, una sola risposta giusta)
- **A risposta aperta articolata**

Esempio di una prova di matematica

ANDATURA



La figura mostra le orme di un uomo che cammina. La lunghezza P del passo è la distanza tra la parte posteriore di due orme consecutive.

Per gli uomini, la formula $\frac{n}{P} = 140$ fornisce una relazione approssimativa tra n e P dove:

n = numero di passi al minuto, e

P = lunghezza del passo in metri.

STIMOLO

Quesito n. 1

Domanda 1: ANDATURA

Se la formula si applica all'andatura di Enrico ed Enrico fa 70 passi al minuto, qual è la lunghezza del passo di Enrico? Scrivi qui sotto i passaggi che fai per arrivare alla risposta.

M124Q01- 0 1 2 9

Codici di correzione

ANDATURA:INDICAZIONI PER LA CORREZIONE

Codice della domanda

Punteggio pieno

Codice 2: 0,5 m or 50 cm, (unità di misura non richiesta).

- $70/P = 140$
 $70 = 140 P$
 $P = 0,5$
- 70/140

Punteggio parziale

Codice 1: Ad esempio sostituzione corretta dei numeri nella formula ma risultato errato oppure nessuna risposta.

- *[solamente sostituzione dei numeri nella formula]*
- *[sostituzione corretta, ma calcoli sbagliati]*

OPPURE Trasformazione corretta della formula in $p = n / 140$ ma si ferma lì o prosegue in modo errato.

Nessun punteggio

Codice 0: Altre risposte

- 70cm

Codice 9: Non risponde

Un po' di numeri sulle prove

- 85 item di matematica suddivisi in 7 cluster (31 rilasciati).
- 28 item di lettura suddivisi in 2 cluster.
- 35 item di scienze suddivisi in 2 cluster.
- 19 item di problem solving suddivisi in 2 cluster.
- 13 fascicoli diversi.
- Ogni fascicolo è composto da 4 cluster.
- Ogni cluster è presente in 4 fascicoli diversi.

I fascicoli sono composti secondo il seguente schema:

fascicolo 1 M1 M2 M4 R1	fascicolo 2 M2 M3 M5 R2
fascicolo 3 M3 M4 M6 PS1	fascicolo 4 M4 M5 M7 PS2
fascicolo 5 M5 M6 S1 M1	fascicolo 6 M6 M7 S2 M2
fascicolo 7 M7 S1 R1 M3	fascicolo 8 S1 S2 R2 M4
fascicolo 9 S2 R1 PS1 M5	fascicolo 10 R1 R2 PS2 M6
fascicolo 11 R2 PS1 M1 M7	fascicolo 12 PS1 PS2 M2 S1
fascicolo 13 PS2 M1 M3 S2	

La valutazione della competenza matematica

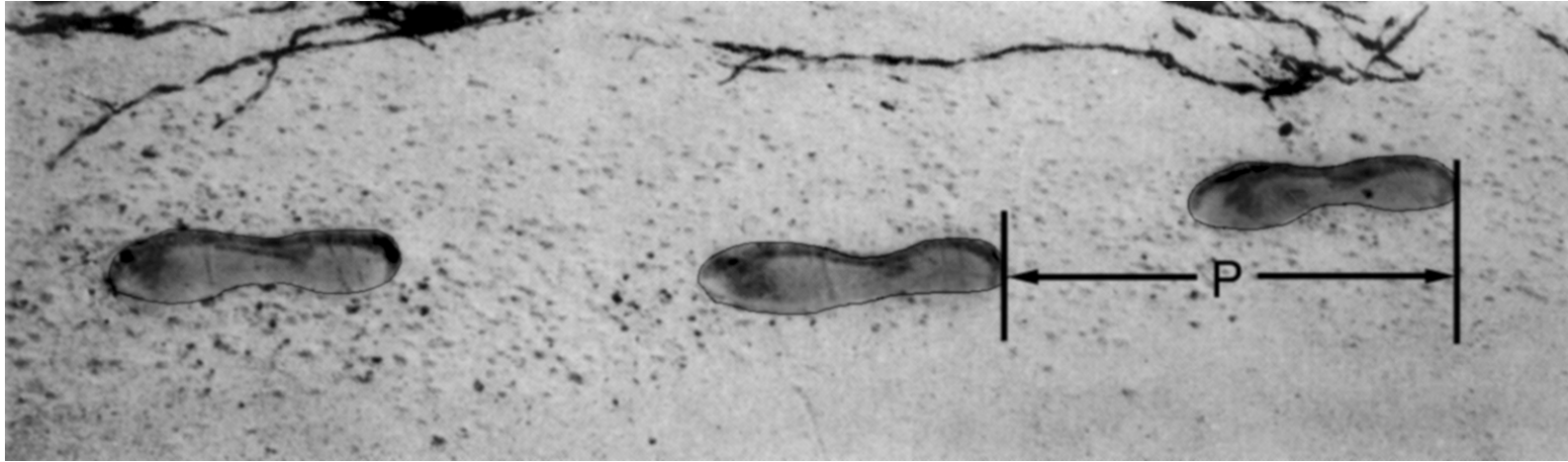
- Le prestazioni degli studenti sono state analizzate in riferimento ad una scala complessiva di *mathematical literacy* e a scale più analitiche relative a diverse componenti della matematica (Spazio e Forma, Cambiamento e relazioni, Quantità, Incertezza).
- Per ogni scala si sono individuati 6 Livelli di difficoltà dei quesiti corrispondenti a livelli crescenti di abilità da parte degli studenti.
- La divisione delle scale in livelli di difficoltà/abilità crescenti permette di descrivere quello che sanno fare gli studenti che si collocano a ciascun livello.

I 6 livelli di competenza

Livello 6: Gli studenti di 6° livello sono in grado di:

- concettualizzare, generalizzare e utilizzare informazioni basate su una propria analisi e modellizzazione di situazioni problematiche complesse;
- collegare fra loro diverse fonti d'informazione e rappresentazioni passando dall'una all'altra in maniera flessibile;
- esporre e comunicare con precisione le proprie azioni e riflessioni collegando i risultati raggiunti e le interpretazioni alla situazione nuova che si trovano ad affrontare.

ANDATURA (livello 6 - cambiamento e relazioni)



La figura mostra le orme di un uomo che cammina. La lunghezza P del passo è la distanza tra la parte posteriore di due orme consecutive.

Per gli uomini, la formula $\frac{n}{P} = 140$ fornisce una relazione approssimativa tra n e P dove:

n = numero di passi al minuto, e

P = lunghezza del passo in metri.

Domanda 2: ANDATURA

Bernardo sa che la lunghezza del suo passo è di 0,80 metri. La formula viene applicata all'andatura di Bernardo.

Codici di correzione

Calcola la velocità a cui cammina Bernardo esprimendola in metri al minuto e in chilometri all'ora. Scrivi qui sotto i passaggi che fai per arrivare alla risposta.

ANDATURA: INDICAZIONI PER LA CORREZIONE D2***Punteggio pieno* (LIVELLO 6)**

Codice 31: Risposta corretta (unità di misura non richiesta) sia per metri/minuto sia per km/ora:

$$n = 140 \times 0,80 = 112$$

Bernardo cammina $112 \times 0,80$ metri = 89,6 metri al minuto.

La sua velocità è di 89,6 metri al minuto.

Allora la sua velocità è di 5,38 o 5,4 km/ora.

Utilizzare il codice 31 quando vengono fornite entrambe le risposte corrette (89,6 e 5,4), sia che venga o meno illustrato il procedimento seguito. Accettare eventuali errori dovuti ad arrotondamento. Per esempio, possono essere accettati 90 metri al minuto e 5,3 km/ora (89×60).

- 89,6; 5,4
- 90; 5,376 km/h
- 89,8; 5376 m/h (se la seconda risposta è data senza unità di misura, bisogna utilizzare il codice 22)

Punteggio parziale (LIVELLO 3)

Codice 21: Come per il codice 31, ma non moltiplica per 0,80 per trasformare i passi al minuto in metri al minuto. Per esempio, la sua velocità è di 112 metri al minuto e di 6,72 km/h.

- 112; 6,72 km/h

Codice 22: La velocità in metri al minuto è corretta (89,6 metri al minuto), ma la trasformazione in km/h è sbagliata oppure non viene fornita.

- 89,6 metri/minuto; 8960 km/h
- 89,6; 5376
- 89,6; 53,76
- 89,6; 0,087km/h
- 89,6; 1,49km/h

Codice 23: Metodo corretto (mostrato esplicitamente) con piccoli errori di calcolo non considerati nei codici 21 e 22. Nessuna risposta corretta.

- $n=140 \times 0,8 = 1120$; $1120 \times 0,8 = 896$. Cammina a 896 m/min, 53,76km/h
- $n=140 \times 0,8 = 116$; $116 \times 0,8 = 92,8$. 92,8 m/min; $> 5,57$ km/h

Codice 24: Indica unicamente 5,4 km/h, ma non 89,6 metri/minuto (non illustra il procedimento intermedio).

- 5,4
- 5,376 km/h
- 5376 m/h

Punteggio parziale (LIVELLO 4)

Codice 11: $n = 140 \times 0,80 = 112$. Non è illustrato alcun ulteriore procedimento oppure l'ulteriore procedimento è sbagliato.

- 112
- $n = 112$; 0,112 km/h
- $n = 112$; 1120 km/h
- $n = 112$ m/min; 504 km/h

I 6 livelli di competenza

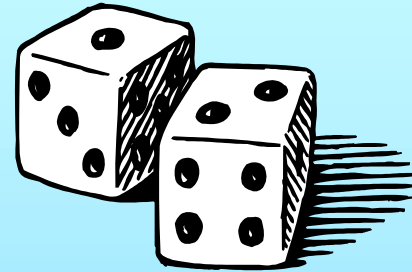
Livello 3: Gli studenti di 3° livello sono in grado di:

- eseguire procedure descritte chiaramente, comprese quelle che richiedono decisioni in sequenza;
- interpretare e utilizzare rappresentazioni basate su informazioni provenienti da fonti differenti e ragionare direttamente a partire da esse;
- elaborare brevi comunicazioni per esporre le proprie interpretazioni, i propri risultati e i propri ragionamenti.

DADI DA GIOCO (LIVELLO 3 – SPAZIO E FORMA)

Il disegno a destra rappresenta due dadi.

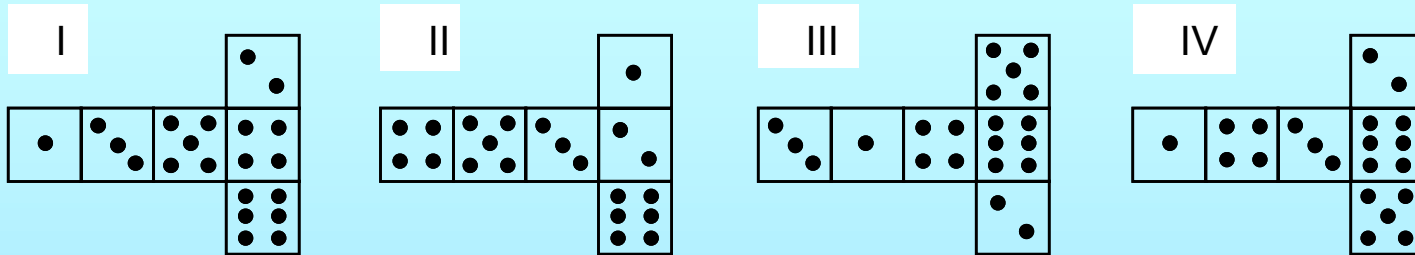
I dadi sono cubi con le facce numerate secondo la seguente regola:



La somma dei punti su due facce opposte deve essere sempre uguale a sette.

Puoi costruire un dado da gioco tagliando, piegando e incollando un pezzo di cartone. Puoi realizzare questo in molti modi. La figura qui sotto mostra quattro cartoncini che puoi utilizzare per costruire un dado.

Quale/i delle seguenti forme puoi ripiegare in modo da formare un dado che obbedisca alla regola per cui la somma delle facce opposte è 7? Per ciascuna forma, fai un cerchio



intorno a «Sì» o «No» nella tabella che segue.

Forma	Obbedisce alla regola per cui la somma delle facce opposte è 7?
I	Sì / No
II	Sì / No
III	Sì / No
IV	Sì / No

I 6 livelli di competenza

Livello 1: Gli studenti di 1° livello sono in grado di:

- rispondere a domande che riguardino contesti loro familiari, nelle quali siano fornite tutte le informazioni pertinenti e sia chiaramente definito il quesito;
- individuare informazioni e mettere in atto procedimenti di routine all'interno di situazioni esplicitamente definite e seguendo precise indicazioni
- compiere azioni ovvie che procedano direttamente dallo stimolo fornito.

TASSO DI CAMBIO (LIVELLO 1 – QUANTITÀ)

Mei-Ling, una studentessa di Singapore, si prepara ad andare in Sudafrica per 3 mesi nell'ambito di un piano di scambi tra studenti. Deve cambiare alcuni dollari di Singapore (SGD) in rand sudafricani (ZAR).

Domanda 1: TASSO DI CAMBIO

M413Q01 - 0 1 9

Mei-Ling ha saputo che il tasso di cambio tra il dollaro di Singapore e il rand sudafricano è:

1 SGD = 4,2 ZAR

Mei-Ling ha cambiato 3.000 dollari di Singapore in rand sudafricani a questo tasso di cambio.

Quanti rand sudafricani ha ricevuto Mei-Ling?

Risposta:

TASSO DI CAMBIO: INDICAZIONI PER LA CORREZIONE D1

Punteggio pieno

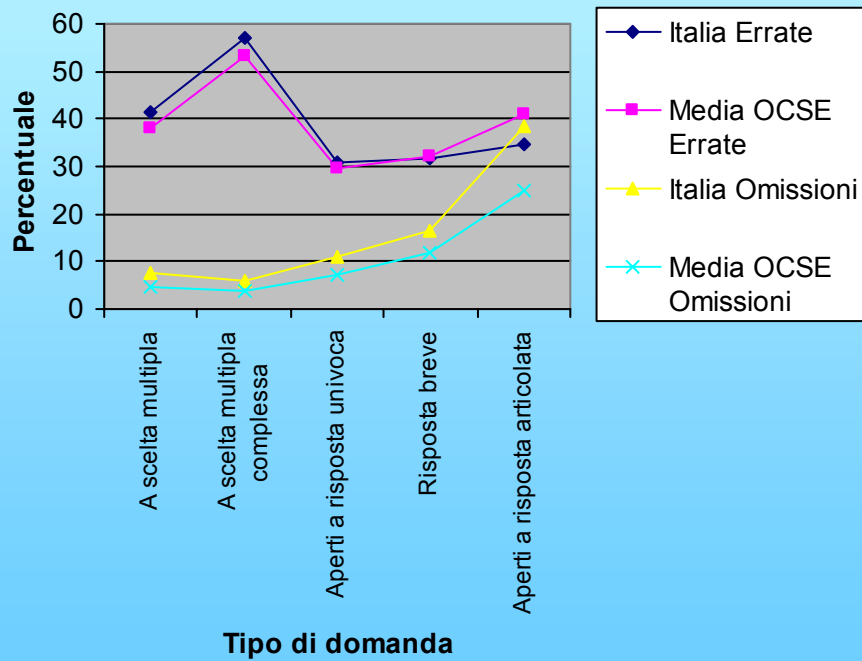
Codice 1: 12.600 ZAR (l'unità di misura non è richiesta).

La traduzione delle prove

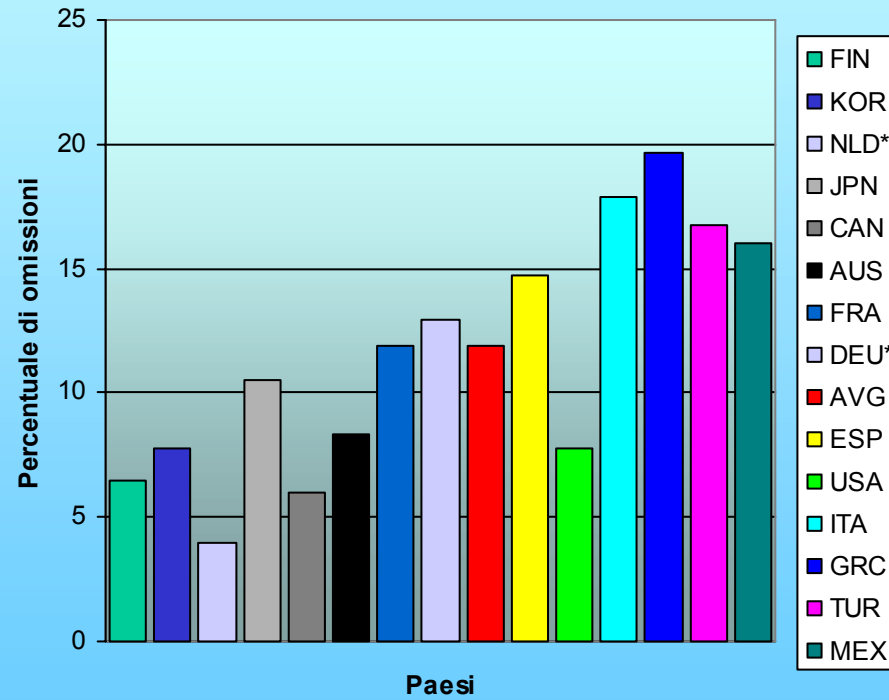
- *Testi originali in inglese e in francese*
- *Italia: traduzione dall'inglese*
- *Svizzera italiana: traduzione dal francese*
- *Riconciliazione delle traduzioni*
- *Controllo di Capstain*
- *Controllo del consorzio internazionale*

Il problema delle omissioni

Confronto tra omissioni e risposte errate



Percentuale media di omissioni



Le riforme della scuola nei Paesi Bassi

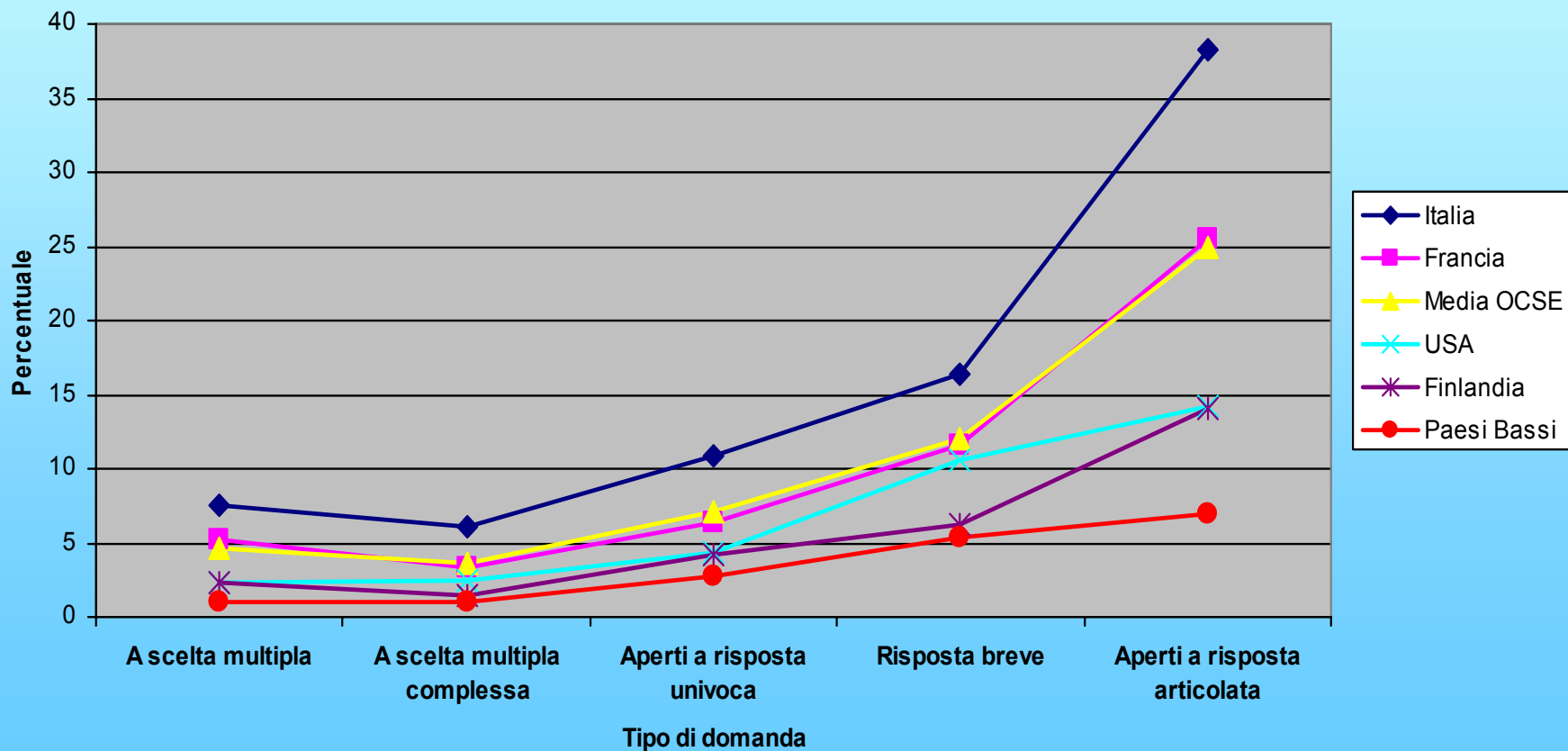
- Le riforme non riguardano solo i contenuti e i curricoli, ma anche il modo di studiare, con la mira di produrre cittadini capaci di diventare apprenditori attivi, autonomi e socialmente adattati nella società del futuro. A questo scopo negli ultimi anni delle scuole secondarie tipo *HAVO* e *VWO* (scuole secondarie di II livello) si deve creare un ambiente di studio nel quale gli studenti assumano un ruolo attivo nella loro preparazione e diventino capaci di apprendere in modo autonomo, adottando per esempio il modello "studiehuis" ("casa di studio"). Questo modello prefigura, più che un luogo fisico, un'impostazione didattica secondo cui l'insegnante più che un istruttore dev'essere un consulente che pone al centro dell'interesse i processi di apprendimento dei suoi studenti. Le *studiehuis*, non obbligatorie per legge, diventeranno scelte praticamente obbligate per le scuole secondarie perché gli esami finali saranno concepiti in modo da controllare il possesso delle capacità e della flessibilità che si prevede possano essere promosse da questo tipo di esperienze educative.

Come si fanno le riforme della scuola nei Paesi Bassi

- Nel 2007 il nuovo curriculum per le scuole secondarie andrà in vigore nelle classi prime e seconde dei Paesi Bassi. I nuovi programmi sono stati elaborati dal Gruppo di Lavoro per la Riforma del Curriculum Secondario di Base del Ministero per l'Istruzione, la Cultura e la Scienza. Il gruppo di lavoro si avvale della consulenza di esperti nel campo educativo, organizzò incontri, si confrontò con i docenti e con i consigli delle scuole, istituì esperienze pilota e ne seguì i risultati. Si consultò anche con le associazioni professionali degli insegnanti tra cui NVON (l'associazione olandese per l'insegnamento delle scienze).
- Quando il Gruppo di Lavoro pubblicò la sua relazione finale NVON costituì una commissione sull'Educazione (Onderwijs), divisa in due sottocommissioni: una per i primi tre anni (Onderbouw) e una per gli ultimi tre anni della scuola secondaria (Bovenbouw). La commissione Onderbouw ha il compito di fornire informazioni a chi si occupa di educazione sulle implicazioni del curriculum riformato per gli alunni, gli insegnanti e le scuole, per l'insegnamento delle materie scientifiche e tecnologiche (fisica, chimica, biologia, salute, tecnologia). A questo scopo il gruppo di lavoro ha prodotto un documento intitolato "Gli scenari del Curriculum di Base riformato: implicazioni per le scuole secondarie". Il documento, che descrive i cambiamenti e le loro implicazioni, è attualmente discusso negli incontri regionali dei membri di NVON.

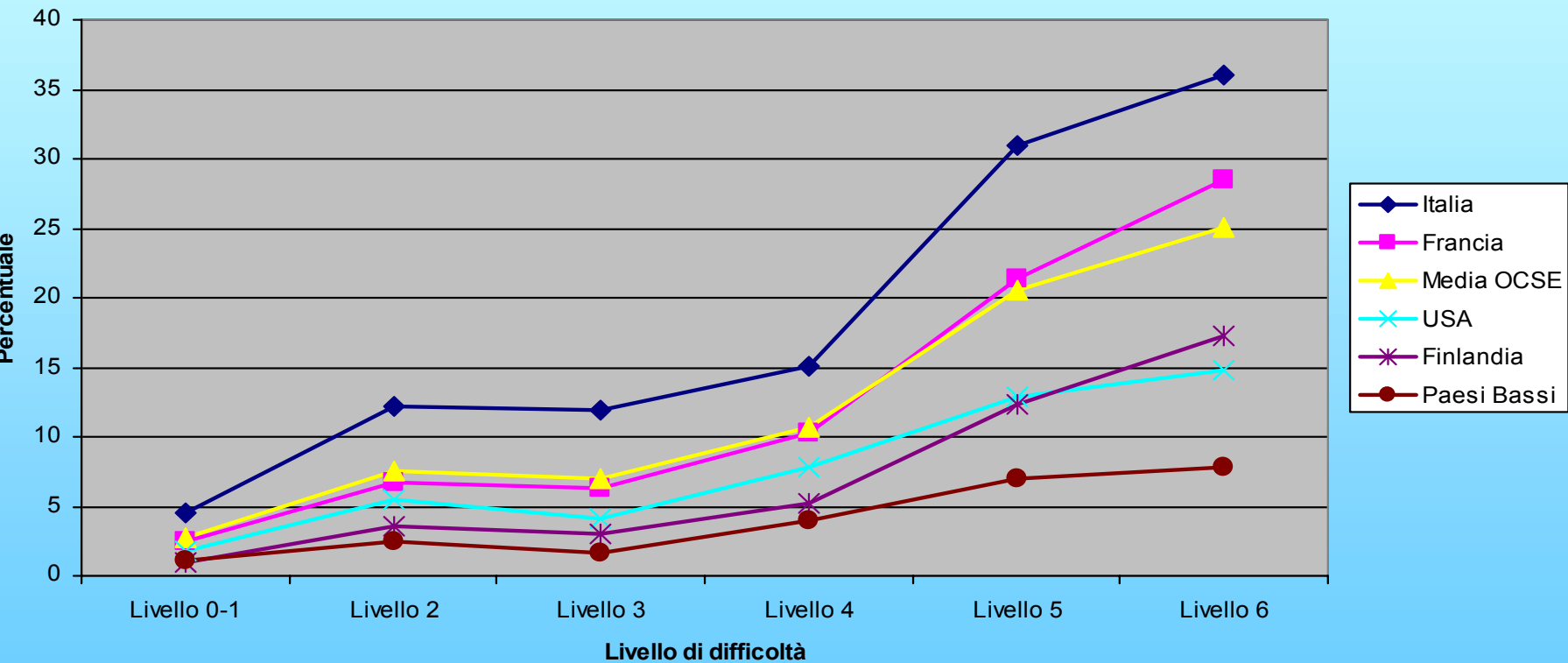
Il problema delle omissioni

Omissioni rispetto al tipo di domanda



Il problema delle omissioni

Omissioni rispetto al livello di difficoltà



I motivi della mia ricerca

- Cercare di capire perché gli studenti italiani sono andati male alle prove di matematica di PISA 2003.
- I risultati delle prove oggettive mostrano un risultato raggiunto, ma non danno informazioni su come sia stato raggiunto o sul perché non sia stato raggiunto.
- Per capire le ragioni delle difficoltà o le caratteristiche e le potenzialità di un modo di ragionare c'è bisogno di una certa "trasparenza psicologica", cioè c'è bisogno di sapere quali riflessioni o congetture lo studente ha fatto.

L'analisi dei processi messi in atto da chi risponde a una prova oggettiva permette di

risalire ai processi mentali attraverso i quali un lettore comprende un testo e di poter individuare nodi problematici del testo, interventi didattici da adottare, possibili alternative di risposta.

Quindi

Permette di conoscere i percorsi che determinano il raggiungimento di un risultato e di poter conoscere reali difficoltà e lacune di uno specifico allievo.

Quale metodologia impiegare

Per effettuare questo tipo di analisi è necessario individuare

- studenti dello stesso livello di età a cui è indirizzata la prova,
- studenti "poco abili", "inesperti", linguisticamente svantaggiati, generalmente studenti con deprivazione socioculturale e conseguenti frustrazioni scolastiche (ciò non significa studenti con scarse 'doti' intellettuali, a cui spesso si imputa la principale responsabilità dell'insuccesso scolastico).

Il metodo utilizzato per questo tipo di analisi è quello del

“Pensare ad alta voce”
(Claparede, Ericsson-Simon, Lumbelli)

Si tratta di far esprimere allo studente ogni cosa che passa per la testa mentre si compiono determinate operazioni in modo che vi sia *contemporaneità* tra processo mentale e verbalizzazione..

Questa metodologia si differenzia dall'introspezione (tecnica in differita) in cui le testimonianze possono essere filtrate e setacciate.

Lo studente legge la prova e immediatamente dopo cerca di risolverla esprimendo ad alta voce il ragionamento che mette in atto.

Modalità - Istruzioni - Comportamenti verbali che l'intervistatore/docente segue nel corso dell'analisi



Lo studente legge il testo della prova e quindi esprime "ad alta voce" ciò che gli "passa per la testa".
L'intervista è registrata per favorire l'analisi dei dati.



Ora ti presento 14 domande di diverso livello di difficoltà e con diversi tipi di risposta: alcune sono più facili e altre più difficili, per alcune devi scegliere tra alcune risposte già date, per altre dovrai dare tu la risposta. Poiché io voglio conoscere il modo in cui tu risolvi i quesiti, ti chiedo di pensare ad alta voce. Non ti farò domande, non ti darò suggerimenti, mi limiterò a capire meglio quello che tu stai facendo, quello che ti passa per la testa quando sei di fronte a un problema. Non mi interessa se ciò che fai è giusto o sbagliato, quello che mi interessa è come tu ragioni.
Le prove che ti presento sono utilizzate in una ricerca internazionale rivolta a studenti della tua età.
Leggi attentamente ogni domanda e poi risolvi la prova ad alta voce. Attenzione puoi leggere la prova anche più di una volta.



L'intervistatore si limita a osservare l'allievo e a intervenire solo quando è necessario, adottando adeguati comportamenti verbali, di tipo indiretto, adottati in ambito psicoterapeutico. Si tratta, cioè, di riprendere qualche aspetto del discorso dello interlocutore o di riformulare o sintetizzare quanto da lui detto. Questo tipo di comportamento serve a facilitare e incoraggiare l'espressione dell'interlocutore.

Comportamenti verbali dell'intervistatore e loro effetti sull'interlocutore

Intervento diretto



Domande dirette

Domande disgiuntive

Domande a completamento

Forma vero/falso, sì-no

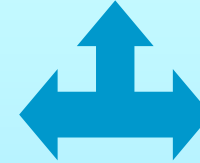
Formulazione di parte della risposta

Effetto negativo

Non lasciano spazio alla progettazione del discorso da parte di chi parla.

Impongono uno schema che permette di ottenere la risposta desiderata ma non informazioni sul processo seguito dall'interlocutore.

Intervento indiretto



Un modo di domandare senza domandare

Rispecchiamento a specchio o a riflesso

Rispecchiamento ricapitolativo

Ripetizione parole

Ripresa parte del discorso

Effetto positivo

Evitano di introdurre stimoli estranei al piano del discorso dell'interlocutore.

Fanno sì che l'interlocutore percepisca le proprie testimonianze verbali come discorso altrui. In tal modo coglie lacune, imperfezioni, errori ed è sollecitato a fare precisazioni e a dare nuove informazioni.

Alcuni esempi di prove di matematica

ESPORTAZIONI

Area di contenuto: Incertezza

Processo: Connessioni

Situazione: Pubblica

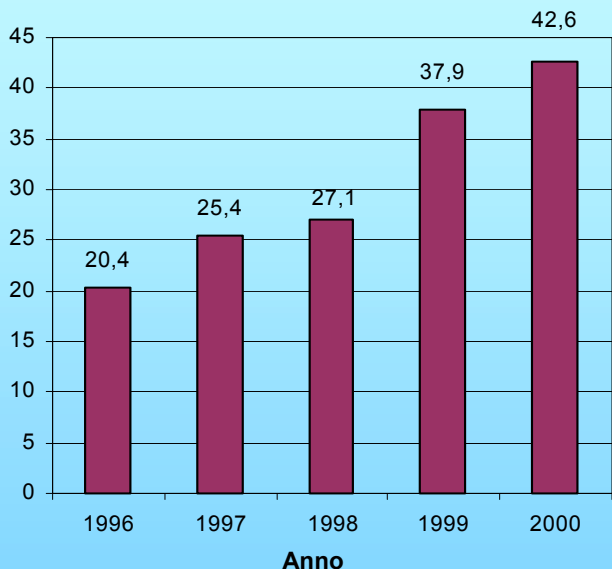
Livello di difficoltà: 4

Tipo di domanda: A scelta multipla

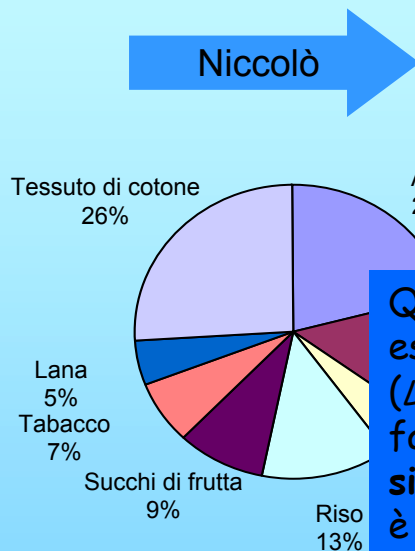
ESPORTAZIONI

I seguenti grafici forniscono alcune informazioni sulle esportazioni della Zedlandia in milioni di zed, 1996-2000

Totale delle esportazioni annue della Zedlandia in milioni di zed, 1996-2000



Distribuzione delle esportazioni della Zedlandia nel 2000



Questo è 9%.. devo fare un calcolo tra questo valore e questo? Però non so quale...forse 42,6 diviso 9..proviamo... 4,7..non c'è..quindi sicuramente non è questa l'operazione da fare..... c'ho il 9% che sono le distribuzioni delle esportazioni lo dovrei tramutare praticamente in...zed (*silenzio*) allora 9%.... con il 42,6..... il 9% è la distribuzione delle esportazioni e 42,6 sono i soldi..... (*mette la crocetta a caso*)

Niccolò

Qual è stato l'ammontare delle esportazioni... (*silenzio*) Non c'è il 9%! (*Lo invito a rileggere la domanda*). Devo fare il 9%..quando c'è la percentuale si fa sempre 9 per 100... quindi non è difficile..eh, però poi non mi dà altri numeri. Devo riandare a prendere qualcosa prima che mi dice quanto vale lo zed (*gli suggerisco di guardare il primo grafico*). Allora nel 2000, quindi..ecco che devo fare..900, cioè 9 per 100, diviso 42,6 però non mi ritorna... E' 9 diviso 100.. certo.. 0,09... La percentuale l'avevo lasciata..per questo poi ti vengono i dubbi..a scuola non è che ci stanno

Matteo

Domanda 2: ESPORTAZIONI

Quale è stato l'ammontare delle esportazioni di succhi di frutta della Zedlandia nel 2000?

- 1,8 milioni di zed
- 2,3 milioni di zed
- 2,4 milioni di zed
- 3,4 milioni di zed
- 3,8 milioni di zed

Come sono andati gli studenti italiani a questa domanda

		M438Q02r						Totale
		1	2	3	4	5	omesse	
AREA	NORD OVEST	9,7%	9,1%	18,5%	9,0%	45,0%	8,8%	100,0%
	NORD EST	7,9%	11,4%	15,1%	5,5%	50,4%	9,6%	100,0%
	CENTRO	8,3%	11,3%	18,3%	8,4%	35,1%	18,6%	100,0%
	SUD	15,6%	10,5%	9,8%	9,5%	33,9%	20,8%	100,0%
	SUD ISOLE	7,4%	8,3%	18,5%	8,9%	34,2%	22,7%	100,0%
Totale		10,0%	10,1%	16,0%	8,4%	39,2%	16,3%	100,0%

		M438Q02r						Totale
		1	2	3	4	5	omesse	
Study Program	Istituti Tecnici	9,2%	8,7%	15,3%	8,6%	43,6%	14,6%	100,0%
	Istituti Professionali	13,5%	11,4%	18,5%	8,4%	27,3%	21,0%	100,0%
	Licei	8,8%	10,8%	15,2%	8,3%	42,4%	14,6%	100,0%
Totale		10,0%	10,1%	16,0%	8,4%	39,2%	16,3%	100,0%

		1	2	3	4	5	omesse	Totale
		PAESE	ITALIA	10,0%	10,1%	16,0%	8,4%	39,2%
	FINLANDIA	8,9%	11,8%	15,7%	7,0%	53,3%	3,2%	100,0%
	FRANCIA	9,2%	10,0%	18,6%	8,5%	48,2%	5,5%	100,0%
	USA	14,9%	12,1%	17,2%	9,0%	43,5%	3,3%	100,0%
	MEDIA OCSE	10,5%	10,2%	16,3%	7,8%	48,3%	6,9%	100,0%

Un altro esempio

TASSO DI CAMBIO

Area di contenuto: Quantità

Processo: Riproduzione (Domande 1 - 2)

Riflessione (Domanda 3)

Situazione: Pubblica

Livello di difficoltà: 1 (D1)

2 (D2)

4 (D3)

Tipo di domanda: Risposta breve (D1 - D2)

Aperta a risposta articolata (D3)

Allora... **lei aveva 3000 dollari, li ha cambiati sono diventati 12600 zar...**se li avesse...faccio così...se il tasso qui era 4....3000 e 4 sarebbe venuta una cifra minore...quindi ci ha perso. Quindi scrivo che Mei Ling.....allora nel cambio...nel tasso.... essendo....nel cambio del tasso.... lei ha perso dei soldi..... dato che.....**come posso spiegarlo?** Dato che più è alto....più è basso il tasso di cambio...no che il tasso di cambio in ZAR rispetto al dollaro di Singapore (*silenzio*) ecco, più alto è lo ZAR... e più soldi...no, più alto è il dollaro di Singapore...no il dollaro di Singapore non ce l'abbiamo....no aspetta...più alto è lo ZAR.... e più nel cambio conviene...**lei ha perso dei soldi...perché essendosi abbassato il tasso...(lo scrive)...essendosi abbassato lo ZAR.... si abbassa anche la quantità di dollari di Singapore.**

: CAMBIO

fare in Sudafrica per 3 mesi nell'ambito di un piano di... (SGD) in rand sudafricani (ZAR).

Per questo devi fare 3900 diviso 4 (*prende la calcolatrice fa il calcolo*).
 IO: Benissimo.
 Studente: **Viene 0,975.**

M413Q01 - 0 1 9
 ingapore e il rand s
 dafricani a questo t
 M413Q02 - 0 1
 no 3.900 ZAR. Li cambia di nuovo in dollari di



Comanda 3: TASSO DI CAMBIO

durante questi 3 mesi il tasso di cambio è passato da 4,2 a 4,0 ZAR per 1 SGD.
 er Mei-Ling è più vantaggioso che il tasso di cambio sia 4,0 ZAR invece di 4,2 ZAR nel momento in cui cambia
 noi rand sudafricani in dollari di Singapore? Spiega brevemente la tua risposta.

M413Q03 - 01 02 11 99

Come sono andati gli studenti italiani alla seconda domanda di questa prova

		M413Q02r			Totale
		0	1	9	
AREA	NORD OVEST	15,8%	75,7%	8,4%	100,0%
	NORD EST	12,7%	80,5%	6,8%	100,0%
	CENTRO	17,1%	70,3%	12,6%	100,0%
	SUD	23,6%	55,5%	20,9%	100,0%
	SUD ISOLE	27,4%	49,5%	23,1%	100,0%
Totale		19,8%	65,2%	15,0%	100,0%

		M413Q02r			Totale
		0	1	9	
Study Program	Istituti Tecnici	16,2%	73,4%	10,3%	100,0%
	Istituti Professionali	31,9%	45,2%	22,9%	100,0%
	Licei	14,4%	73,6%	12,0%	100,0%
Totale		19,8%	65,2%	15,0%	100,0%

		M413Q02r			Totale
		0	1	9	
PAESE	ITALIA	19,8%	65,2%	15,0%	100,0%
	FINLANDIA	8,8%	87,9%	3,3%	100,0%
	FRANCIA	8,3%	84,9%	6,8%	100,0%
	USA	26,3%	67,8%	5,9%	100,0%
	MEDIA OCSE	17,3%	73,9%	8,8%	100,0%

Come sono andati gli studenti italiani alla terza domanda di questa prova

		M413Q03r			Totale
		0	1	9	
AREA	NORD OVEST	36,2%	45,8%	18,0%	100,0%
	NORD EST	39,7%	45,2%	15,1%	100,0%
	CENTRO	36,3%	38,7%	25,0%	100,0%
	SUD	35,0%	28,3%	36,7%	100,0%
	SUD ISOLE	38,7%	16,8%	44,5%	100,0%
Totale		37,0%	34,2%	28,8%	100,0%

		M413Q03r			Totale
		0	1	9	
Study Program	Istituti Tecnici	37,0%	38,8%	24,3%	100,0%
	Istituti Professionali	40,9%	16,9%	42,2%	100,0%
	Licei	35,5%	43,0%	21,5%	100,0%
Totale		37,0%	34,2%	28,8%	100,0%

		M413Q03r			Totale
		0	1	9	
PAESE	ITALIA	37,0%	34,2%	28,8%	100,0%
	FINLANDIA	41,9%	51,5%	6,7%	100,0%
	FRANCIA	32,4%	50,9%	16,7%	100,0%
	USA	48,8%	37,2%	13,9%	100,0%
	MEDIA OCSE	42,3%	40,3%	17,4%	100,0%

Un altro esempio

CHIACCHERATA VIA INTERNET

Area di contenuto: Cambiamento e relazioni

Processo: Connessioni (Domanda 1)

Riflessione (Domanda 2)

Situazione: Personale

Livello di difficoltà: 3 (D1)

5 (D2)

Tipo di domanda: Risposta breve (D1 - D2)

Quindi in pratica io dovrei trovare dalle nove alle 16.30 sia a Sydney che a Berlino rispettivi e anche dalle 23 alle sette devo trovare le ore che mi rimangono. Allora, quindi, quando sono le nove di mattina a Sydney a Berlino, visto che vanno 9 ore indietro è...mezzanotte...quando sono le 16.30 a Sydney (*silenzio*) allora aspetta faccio prima così...se qua è mezzanotte..alle 7.30 nelle ore di Berlino Hans non può chattare e a Sydney abbiamo detto che (*rilegge di nuovo. E' in difficoltà*).... **Trovo difficoltà nel collegare le ore**...cioè non capisco...**l'ho fatto però non capisco**...mezzanotte e le sette e mezzo a Berlino lui va a scuola, ma rispetto all'ora di Sydney?

....Quindi hanno 9 ore di differenza..se qua sono le 19, là sono...(silenzio, ci pensa un po') le quattro. Giusto? 20, 21, 22, 23, 24, l'una, due, tre, le quattro, sì sono le quattro. Ah, **però devo scrivere le quattro di notte o di mattina?** Di mattina, le quattro...dopo l'una è mattina..quindi quattro..dopo mezzanotte.. **però perché qua dice l'una di notte?** Va be', scrivo le quattro, così non crea problemi.

IO: Che ragionamento hai fatto?

Matteo: Ho visto il fuso orario tra le due, sono 9 ore..

IO: Sono 9 ore..esatto..

Matteo: E poi sono andato a vedere..se a Sydney sono le 19..

IO: Sono le 19 e quindi..

Matteo: Ah, no è sbagliato.

IO: Perché è sbagliato?

Matteo: E' sbagliato perché io ho fatto il contrario, quindi sono le quattro.. sono le 16 pomeriggio..no, nemmeno..perché sono le 19, quindi va indietro a scalare..19 meno...so' le 10

IO: Le 10, ok.

Matteo: Vede, professoressa, se lei non me lo faceva notare io avrei sbagliato

Domanda 1: CHIACCHIERATA VIA INTERNET
 Quando sono le 19:00 a Sydney, che ora è a Berlino?
 Risposta:



Domanda 2: CHIACCHIERATA VIA INTERNET
 Mark e Hans non possono chattare tra le 9:00 e le 16:30 dell'ora locale perché devono andare a scuola. Inoltre, dalle 23:00 alle 7:00 ora locale stanno dormendo.
 Qual è un'ora giusta per Mark e Hans per chattare? Scrivi le

Luogo	Ora
Sydney	
Berlino	

Come sono andati gli studenti italiani alla prima domanda di questa prova

		M402Q01r			Totale
		0	1	9	
AREA	NORD OVEST	30,3%	67,1%	2,6%	100,0%
	NORD EST	32,3%	65,1%	2,6%	100,0%
	CENTRO	37,4%	56,0%	6,6%	100,0%
	SUD	41,2%	51,6%	7,2%	100,0%
	SUD ISOLE	46,4%	43,4%	10,2%	100,0%
Totale		37,8%	56,3%	6,0%	100,0%

		M402Q01r			Totale
		0	1	9	
Study Program	Istituti Tecnici	33,8%	60,0%	6,1%	100,0%
	Istituti Professionali	49,0%	41,5%	9,6%	100,0%
	Licei	34,0%	63,2%	2,9%	100,0%
Totale		37,8%	56,3%	6,0%	100,0%

		M402Q01r			Totale
		0	1	9	
PAESE	ITALIA	37,8%	56,3%	6,0%	100,0%
	FINLANDIA	46,3%	51,9%	1,8%	100,0%
	FRANCIA	32,7%	63,5%	3,8%	100,0%
	USA	52,8%	45,7%	1,5%	100,0%
	MEDIA OCSE	42,7%	53,7%	3,5%	100,0%

Come sono andati gli studenti italiani alla seconda domanda di questa prova

		M402Q02r			Totale
		0,00	1,00	9,00	
AREA	NORD OVEST	40,0%	37,8%	22,2%	100,0%
	NORD EST	38,2%	38,1%	23,7%	100,0%
	CENTRO	49,7%	26,9%	23,4%	100,0%
	SUD	43,8%	22,4%	33,8%	100,0%
	SUD ISOLE	46,8%	18,0%	35,2%	100,0%
Totale		43,8%	28,2%	28,0%	100,0%

		M402Q02r			Totale
		0,00	1,00	9,00	
Study Program	Istituti Tecnici	41,6%	29,2%	29,1%	100,0%
	Istituti Professionali	51,4%	12,5%	36,1%	100,0%
	Licei	40,4%	37,9%	21,7%	100,0%
Totale		43,8%	28,2%	28,0%	100,0%

		M402Q02r			Totale
		0,00	1,00	9,00	
PAESE	ITALIA	43,8%	28,2%	28,0%	100,0%
	FINLANDIA	54,4%	34,8%	10,8%	100,0%
	FRANCIA	43,6%	33,9%	22,5%	100,0%
	USA	62,3%	28,0%	9,7%	100,0%
	MEDIA OCSE	52,1%	28,8%	19,2%	100,0%

Un altro esempio

CARPENTIERE

Area di contenuto: Spazio e forma

Processo: Connessioni

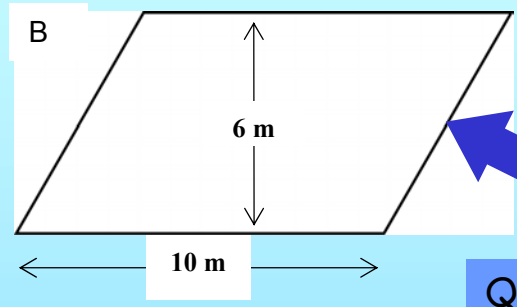
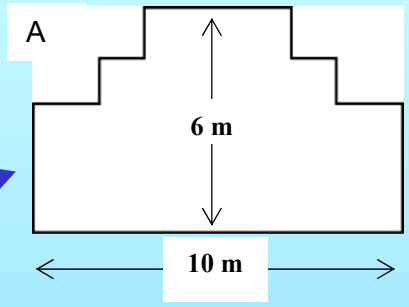
Situazione: Educativa

Livello di difficoltà: 6

Tipo di domanda: Scelta multipla complessa

Domanda 1: CARPENTIERE

Un carpentiere ha 32 metri di tavole di legno e vuole fare il recinto a un giardino. Per il recinto prende in considerazione i seguenti progetti.

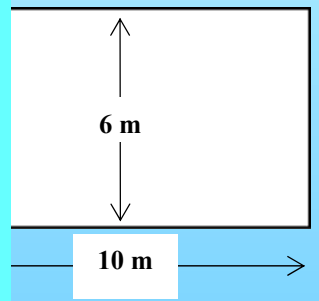


Studente: ...10 metri..questo diciamo che è la metà..praticamente 3 metri sarebbe... (lunga pausa di silenzio). Questo e questo sono quasi uguali quindi mettiamo che sono 3..cioè..un calcolo approssimato.. 3..6...9..e sono 19 metri e...questi qua (silenzio) in tutto dovrebbe essere 28..e questo è un metro.. due, tre..no, aspetta, uno, due, tre, quattro, cinque, sei, sette, otto...nove e otto ventisette..no, penso di no..

IO: Perché 27 no?..Tu hai 32 metri di tavole!

Studente: Ah, quindi..cioè non devo superare 32, ah! Allora quindi va bene..

Questo, invece, ha 10 metri di qua, pure questo è facile..pure questo penso vada bene, no aspetta però ci ha...questo è un obliquo...quindi come si dovrebbe fare....quindi sicuramente questo non va bene..perché comunque è in obliquo..non coincide..B quindi metto No.



2 metri di tavole.

oggetto, si può realizzare

Sì / No

SSì/ No

Sì / No

Sì / No

Come sono andati gli studenti italiani a questa prova

		M266q01r						Totale
		0	1	2	3	4	9	
AREA	NORD OVEST	1,2%	27,0%	20,5%	28,9%	18,3%	4,1%	100,0%
	NORD EST	1,8%	34,3%	20,8%	28,0%	13,3%	1,8%	100,0%
	CENTRO	3,8%	27,9%	25,1%	27,9%	10,8%	4,5%	100,0%
	SUD	3,6%	30,4%	21,7%	29,9%	9,3%	5,0%	100,0%
	SUD ISOLE	1,7%	28,0%	20,0%	30,6%	12,5%	7,2%	100,0%
Totale		2,4%	29,3%	21,6%	29,2%	12,8%	4,7%	100,0%

		M266q01r						Totale
		0	1	2	3	4	9	
Study Program	Istituti Tecnici	3,1%	29,9%	21,4%	29,6%	12,3%	3,7%	100,0%
	Istituti Professionali	2,3%	33,5%	25,7%	26,0%	7,7%	4,8%	100,0%
	Licei	2,1%	26,0%	19,6%	30,4%	16,6%	5,3%	100,0%
Totale		2,4%	29,3%	21,6%	29,2%	12,8%	4,7%	100,0%

		M266q01r						Totale
		0	1	2	3	4	9	
PAESE	ITALIA	2,4%	29,3%	21,6%	29,2%	12,8%	4,7%	100,0%
	FINLANDIA	1,1%	19,8%	19,3%	36,2%	22,3%	1,4%	100,0%
	FRANCIA	1,7%	25,8%	17,5%	31,8%	18,5%	4,7%	100,0%
	USA	1,5%	31,8%	19,4%	31,3%	14,8%	1,1%	100,0%
	MEDIA OCSE	1,6%	25,8%	19,4%	30,8%	20,0%	2,5%	100,0%

QUALCHE INTERROGATIVO

- In che modo il progetto PISA può essere utile alla didattica?
- E' possibile insegnare ai nostri studenti a "matematizzare" la realtà?
- Perché i nostri studenti hanno difficoltà a rispondere a quesiti in cui si richiede loro di esplicitare il ragionamento?
- Perché i nostri studenti omettono un numero così elevato di domande?
- Siamo soddisfatti di come la matematica viene insegnata nelle nostre scuole?